

# Sächsisches Landesseminar Mathematik 2019

## Klausuraufgaben Klassenstufe 11 / 12

Sayda, 28. 03. 2019

Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann ausserdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

**Aufgabe 1:** (6 Punkte)

Bestimmen Sie das Maximum aller Produkte, deren Faktoren positive ganze Zahlen sind und sich zu 2019 summieren.

**Aufgabe 2:** (7 Punkte)

Seien  $a$ ,  $b$  und  $c$  drei positive reelle Zahlen für die  $abc = 1$ .

Zeigen Sie, dass

$$\left(a - 1 + \frac{1}{b}\right) \left(b - 1 + \frac{1}{c}\right) \left(c - 1 + \frac{1}{a}\right) \leq 1$$

gilt.

**Aufgabe 3:** (7 Punkte)

Gegeben Sei ein Kreis  $k$  und eine Tangente  $t$  an  $k$ . Weiterhin sei ein Punkt  $M$  auf  $t$  fest gewählt. Ein Punkt  $P$  heißt *nett*, wenn es zwei Punkte  $Q$  und  $R$  auf  $t$  gibt, so dass das Dreieck  $PQR$  den Inkreis  $k$  hat und  $M$  der Mittelpunkt von  $\overline{QR}$  ist.

Bestimme den geometrischen Ort aller *netten* Punkte.