

Sächsisches Landesseminar Mathematik 2018
Klausuraufgaben Klassenstufe 11 / 12
Sayda, 15.03.2018

Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann ausserdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

Aufgabe 1:

Im Inneren eines Dreieck ABC liegt ein Kreis k , der die Seiten AC und BC , aber nicht die Seite AB berührt. Die Tangenten von den Punkten A bzw. B aus an k , die von den Seiten AC und BC verschieden sind, schneiden sich im Punkt D .

Beweisen Sie, dass die Inkreise der Dreiecke ABC und ABD die Seite AB in einem gemeinsamen Punkt berühren. (6 Punkte)

Aufgabe 2:

Ermitteln Sie alle Tripel (a, b, c) nichtnegativer ganzer Zahlen, für die

$$3^a + 4^b = 5^c$$

gilt. (7 Punkte)

Aufgabe 3:

Seien a , b und c drei positive reelle Zahlen mit $abc = 1$.

Beweisen Sie, dass

$$\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(a+c)} + \frac{1}{c^3(a+b)} \geq \frac{3}{2}.$$

(7 Punkte)