Sächsisches Landesseminar Mathematik 2017
Klausuraufgaben Klassenstufe 8
Sayda, 23. 03. 2017

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

1. Anna denkt sich fünf paarweise verschiedene positive Zahlen x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 aus und teilt Bert in einer beliebigen Reihenfolge die 10 paarweise verschiedenen Summen aller möglichen Paare dieser Zahlen $x_1 + x_2$, $x_1 + x_3$, $x_1 + x_4$, $\ldots$, $x_4 + x_5$ mit.

   Wie kann Bert aus diesen 10 Summen die von Anna gedachten Zahlen finden?

   (*4 Punkte*)

2. Ein *lateinisches Quadrat der Ordnung n* ist ein $n \times n$-Feld, bei dem in jeder Zeile und in jeder Spalte die Zahlen von 1 bis n genau einmal vorkommen.

   Wir betrachten *symmetrische* lateinische Quadrate, das heißt, lateinische Quadrate, die symmetrisch zur Diagonalen d gleiche Einträge aufweisen. Dabei sei d die aus n Feldern bestehende Diagonale von oben links nach unten rechts.

   (a) Gib jeweils ein symmetrisches lateinisches Quadrat der Ordnung 2, 3, bzw. 4 an. Welche Summen der Elemente von d treten dabei auf?

   (b) Es sei $n = 2017$.
   Ermittle, welche Summen der Elemente von d für ein symmetrisches lateinisches Quadrat der Ordnung 2017 möglich sind.

   (*5 Punkte*)

3. Eine positive ganze Zahl, die im Dezimalsystem auf die Ziffern 133 endet, soll *nützlich* heißen.

   Beweise, dass jede *nützliche* Zahl einen Primteiler größer als 7 besitzt.

   (*5 Punkte*)

4. Sei $ABCD$ ein Rechteck mit $|AD| < |AB|$. Der Punkt M sei der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AD}$ und der Punkt N der Mittelpunkt der Strecke $\overline{BC}$. Der Fußpunkt des Lotes vom Punkt B auf die Gerade durch die Punkte C und M sei der Punkt E.

   Bestimme den Anteil des Flächeninhaltes des Vierecks $ABNE$ am Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$.

   (*6 Punkte*)